

Esercizio 1. Calcolare una primitiva della funzione

$$\int \frac{x+2}{(2x-3)} dx$$

Svolgimento. Risulta

$$\frac{x+2}{2x-3} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{7}{2x-3} \right)$$

quindi

$$\int \frac{x+2}{2x-3} dx = \int \frac{1}{2} \left(\int dx + \int \frac{7}{2x-3} dx \right) = \frac{1}{2}x + \frac{7}{4} \log |2x-3|$$

Esercizio 2. Calcolare

$$\int \frac{1}{x \log^3 x} dx \quad \int \frac{\sqrt[7]{\log x}}{x} dx \quad \int \sin x \sqrt[3]{\cos x} dx$$

Esercizio 3. Calcolare

$$\int x^3 \sin(x^2) dx \quad \int x^5 e^{-x^3} dx$$

Esercizio 4. Utilizzando il metodo di integrazione per parti, calcolare

a)

$$\int x^2 \sin x dx$$

b)

$$\int x^2 e^x dx$$

c)

$$\int x^2 \log x dx$$

Esercizio 5. Calcolare l'integrale

$$I = \int \frac{\sqrt{x}}{2 + \sqrt{x}} dx$$

Esercizio 6. Volendo calcolare

$$I = \int \sqrt{2^x - 1} dx$$

si effettui la sostituzione $2^x - 1 = t^2$.

Esercizio 7. Calcolare una primitiva della funzione

$$x\sqrt{x^2+1}$$

Esercizio 8. Calcolare una primitiva della funzione

$$\frac{e^x}{(e^x+3)^3}$$

Esercizio 9. Calcolare

$$\int \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx$$

I) Applicando il metodo d'integrazione per scomposizione.

II) Applicando il metodo di integrazione per sostituzione.

III) Applicando il metodo di integrazione per parti.

Esercizio 10. Determinare il valore o i valori del parametro a in modo che valga 1 l'area della parte di piano compresa tra l'asse delle x , le rette $x = a$, $x = ea$ e la curva $f(x) = \frac{\log x}{5x}$
E'

$$\int_a^{ea} \frac{\log x}{5x} dt.$$

Esercizio 11. Calcolare l'area della regione piana compresa tra le due parabole di equazioni $\pi_1 : y = \frac{x^2}{4} - 2x$ e $\pi_2 : y = -\frac{x^2}{4} + x + 8$.

Esercizio 12. Inscrivere in un cono circolare retto di altezza h e raggio di base R , un cilindro di volume massimo.

Esercizio 13. Si vuole far passare un tubo di lunghezza 4 m, con sezione trascurabile, attraverso un cunicolo formato da due corridoi rettilinei che si incontrano ad angolo retto; esaminare la possibilità del trasporto.

Esercizio 14. A partire da una lamina quadrata i cui lati sono lunghi 18 cm, si vuole costruire una scatola a base quadrata, priva di coperchio. A tal fine, in corrispondenza ai quattro vertici della lamina si ritagliano altrettanti quadratini tra loro uguali, con lati di larghezza x cm; quindi si ripiegano i rettangoli esterni fino a farli combaciare tra loro. Determinare x in modo che il volume della scatola risulti massimo.