

Istituzioni di Matematiche 2 - Appello del 7 febbraio 2017

Prof. Laura Tedeschini Lalli, Valerio Talamanca, Giuditta Bravaccino e Camillo Tassi.

NOME: _____ COGNOME: _____ MATRICOLA: _____

Attenzione: Svolgere i seguenti esercizi, utilizzando il retro dei fogli per i conti.
Non usare altri fogli. Riportare le risposte negli spazi.

spazio
riservato
alla
commissione

1

2

3

4

5

ESERCIZIO 1

i) Scrivere l'equazione della sfera tangente al piano (x, y) e di centro $(0, 1, 1)$

ii) Dati i vettori $v = (3, -1, 2)$ e $w = (2, -2, -4)$. Calcolare

a) Il prodotto scalare $v \cdot w$

b) Il prodotto vettoriale $v \wedge w$

ESERCIZIO 2

Data la funzione $f(x, y) = x^3 + 3x^2 + y^2 - 2xy$ delle variabili x e y ,

i) determinare il dominio della funzione $f(x, y)$;

ii) Calcolare $\nabla f(x, y)$;

iii) trovare i punti critici di $f(x, y)$ appartenenti al dominio di $f(x, y)$;

iv) stabilire di che natura sono i punti critici attraverso la matrice Hessiana.

v) scrivere l'equazione del piano tangente alla superficie $z = f(x, y)$ nel punto $(1, 1)$ e nei punti critici.

vi) con tutte le informazioni radunate, fare uno schizzo della situazione locale del piano tangente nei punti critici della funzione.

ESERCIZIO 3. Date i due piani di equazioni $\alpha : x + y + 1 = 0$ e $\beta : y + z + 1 = 0$.
i) Scrivere l'equazione parametrica della retta r intersezione di α e β .

ii) Stabilire se le rette r ed

$$s : \begin{cases} x = 2t - 1 \\ y = 2t \\ z = -2t - 1 \end{cases}$$

siano parallele, incidenti o sghembe

iii) Calcolare la distanza tra la retta s e il punto $(0, 0, -2)$.

ESERCIZIO 4

Sia A la regione di piano contenuta nel triangolo di vertici $(0, 0)$, $(-2, 0)$ e $(-2, 1)$.

i) tracciare uno schizzo dell'insieme A nel piano (x, y) ;

ii) descrivere A come dominio verticalmente semplice;

iii) impostare l'integrale $\iint_A xy \, dx dy$ come integrale iterato usando la descrizione del punto *ii)*;

iv) calcolare l'integrale impostato nel punto precedente.

v) (**BONUS**) Calcolare, sullo stesso dominio A , $\iint_A x \sin y \, dx dy$

ESERCIZIO 5 Un grattacielo ha forma ellissoidale di equazione $2z = 3\sqrt{40^2 - x^2 - y^2}$.

i) tracciare uno schizzo della superficie in \mathbf{R}^3 staccando sugli assi i valori di riferimento

ii) Ritenendo, come di solito, che il livello del suolo si trovi sul piano (x, y) , calcolare l'altezza del punto più alto del grattacielo ed il raggio della circonferenza di base

iii) descrivere la circonferenza di base come dominio orizzontalmente semplice

iv) Impostare il calcolo del volume del grattacielo con un integrale doppio