

Esercizio 1. Calcolare una primitiva della funzione

$$\int \frac{x+2}{(2x-3)} dx$$

Svolgimento. Risulta

$$\frac{x+2}{2x-3} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{7}{2x-3} \right)$$

quindi

$$\int \frac{x+2}{2x-3} dx = \int \frac{1}{2} \left(\int dx + \int \frac{7}{2x-3} dx \right) = \frac{1}{2}x + \frac{7}{4} \log |2x-3|$$

Esercizio 2. Utilizzando il metodo di integrazione per parti, calcolare

$$\int x^2 \log x dx$$

Svolgimento. Si ha

$$\int x^2 \log x dx = \int \log x D \left(\frac{x^3}{3} \right) dx = \frac{x^3 \log x}{3} - \int \frac{x^2}{3} dx = \frac{x^3 \log x}{3} - \frac{x^3}{9} + c$$

Esercizio 3. Calcolare l'area della regione piana compresa tra le due parabole di equazioni $\pi_1 : y = \frac{x^2}{4} - 2x$ e $\pi_2 : y = -\frac{x^2}{4} + x + 8$.

Esercizio 4. Calcolare l'area della regione piana compresa tra le curve $y = \log x$, l'asse delle x e la retta $x = e$.

Esercizio 5. Utilizzando gli sviluppi fondamentali, calcolare lo sviluppo di McLaurin (con resto di Peano) della funzione $f(x) = (e^{3x} - 1) \sin 2x$ fino all'ordine 4.

Esercizio 6. Si vuole far passare un tubo di lunghezza 4 m, con sezione trascurabile, attraverso un cunicolo formato da due corridoi rettilinei che si incontrano ad angolo retto; esaminare la possibilità del trasporto.

Esercizio 7. Riconoscere il tipo di conica e ridurre a forma canonica $C : 2x^2 - y^2 - x - 3 = 0$.