Esercitazione del 22 novembre 2017

Esercizio 1. $\lim_{x\to 1^\pm} e^{\frac{x}{x-1}}$
Svolgimento.

$$\lim_{x\to 1^+} e^{\frac{x}{x-1}} = e^{\lim_{x\to 1^+} \frac{x}{x-1}} = e^{\frac{1}{0^+}} = e^{+\infty} = +\infty \text{ essendo } x-1>0 \text{ se } x>1$$
$$\lim_{x\to 1^-} e^{\frac{x}{x-1}} = e^{\lim_{x\to 1^-} \frac{x}{x-1}} = e^{\frac{1}{0^-}} = e^{-\infty} = 0 \text{ essendo } x-1<0 \text{ se } x<1$$

Esercizio 2.

La derivata di	?	ricordando che
$f(x) = e^x \cos x$	$f'(x) = (\cos x - \sin x)e^x$	$(F(x)G(x))' = F'(x)G(x) + F(x)G'(x)$
$f(x) = e^{2x^3+5x}$	$f'(x) = (6x^2+5)e^{2x^3+5x}$	$(e^{G(x)})' = G'(x)e^{G(x)}$
$f(x) = \frac{1-e^x}{1+e^x}$	$f'(x) = \frac{-2e^x}{(1+e^x)^2}$	$\left(\frac{F(x)}{G(x)}\right)' = \frac{F'(x)G(x)-F(x)G'(x)}{G^2(x)}$

Esercizio 3. Determinare la retta tangente al grafico di:
$F(x) = x^2 - kx$ in $x = 1$ e parallela alla retta $r : 2x + y + 1 = 0$;
$G(x) = -xe^x$ in x_0 e formante un angolo $\beta \in (-\frac{\pi}{2}, 0)$ con la direzione positiva dell'asse delle x.

Esercizio 4. Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{sin(k^2x)}{x} + (k-1)x^2 + 3k & \text{se } x < 0 \\ (3k-4)x^4 + 2kx^2 + 10(k-1) & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

a) Determinare k in modo che f(x) risulti continua in tutto il suo dominio
b)Si consideri la funzione $f(x)$ solo per $x < 0$. Per quali valori di k la funzione è continua?

Esercizio 5. Siano A(-3, 5), B(0; 0), C(2; 8) tre punti del piano.
(i) Dimostrare che il triangolo ABC è rettangolo e isoscele, e disegnarlo.
(ii) Data la matrice $M = \begin{pmatrix} 1 & 3/5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ determinare l'immagine del triangolo ABC tramite la trasformazione lineare indotta dalla matrice M e disegnare il triangolo trasformato.
(iii) Data la matrice $M_1 = \begin{pmatrix} a & 1 \\ a-2 & 5 \end{pmatrix}$ calcolarne il determinante. Determinare il valore di $a > 0$ in modo che il triangolo ABC e l'immagine del triangolo ABC tramite la trasformazione lineare indotta dalla matrice M_1 abbiano la stessa area.

Esercizio 5. Tracciare il diagramma della funzione

$$f(x) = -\sqrt{4e^{2x} - 4}.$$