

Nome.....Cognome.....Matricola

Le risposte vanno accompagnate da spiegazioni esaurienti. Vanno consegnati SOLO questi fogli

Eser.	I	II	III	IV	V	VI
Voto						

I. Trasformazioni lineari nel piano

Siano $A(-3, 5)$, $B(0; 0)$, $C(2; 8)$ tre punti del piano.

(i) Dimostrare che il triangolo ABC è rettangolo e isoscele, e disegnarlo.

(ii) Data la matrice $M = \begin{pmatrix} 1 & 3/5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ determinare l'immagine del triangolo ABC tramite la trasformazione lineare indotta dalla matrice M e disegnare il triangolo trasformato.

(iii) Data la matrice $M' = \begin{pmatrix} \alpha & 1 \\ \alpha - 2 & 5 \end{pmatrix}$, calcolarne il determinante. Determinare il valore di $\alpha > 0$ in modo che il triangolo ABC e l'immagine del triangolo ABC tramite la trasformazione lineare indotta dalla matrice M' abbiano la stessa area

II. Continuità

Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(k^2x)}{x} + (k-1)x^2 + 3k & \text{per } x < 0 \\ (3k-4)x^4 + 2kx^2 + 10(k+1) & \text{per } x \geq 0 \end{cases}$$

(i) Determinare k in modo che $f(x)$ risulti continua in tutto il suo dominio

(ii) Limitatevi ora a considerare la funzione $f(x)$ per $x < 0$. Per quali valori di k la funzione $f(x)$ è continua per $x < 0$?

III. Formula di Taylor

a) Scrivere la definizione dell' n -esimo polinomio di Taylor (nel punto x_0) per una generica funzione $f(x)$.

b) Calcolare le derivate $f'(x)$, $f''(x)$ e trovare i polinomi $P_0(x)$, $P_1(x)$, $P_2(x)$ che meglio approssimano la funzione $f(x) = \log(x^2 + x + 1)$, in $x_0 = 0$.

$$P_0(x) =$$

$$P_1(x) =$$

$$P_2(x) =$$

Tracciare un grafico dei polinomi $P_0(x)$, $P_1(x)$, $P_2(x)$ trovati, ed $f(x)$, in un unico riferimento cartesiano.

IV. Area di una regione piana

Calcolare l'area della regione finita di piano compresa tra le funzioni $f(x) = 2x^3 - x$ e $g(x) = -2x^3 + 8x$ (Fare un grafico delle due funzioni, impostare l'integrale, calcolarlo)

V. Coniche

(i) Data la curva conica di equazione $9x^2 + 2y^2 + 54x - 4y + 65 = 0$ stabilire quale tipo di conica rappresenta.

(ii) determinarne gli assi, il centro e disegnarla

(iii) riportare la conica in forma canonica, ovvero con il centro nell'origine $(0, 0)$.

VI. Studio del grafico di funzione

Data la funzione $f(x) = \frac{(x^2 - 1)}{e^{(x-1)}}$. Determinare esplicitamente:

(i) il dominio di definizione di $f(x)$;

(ii) il comportamento ai bordi del dominio di definizione ed eventuali asintoti orizzontali, verticali ed obliqui;

(iii) l'insieme dove $f(x)$ è crescente ed eventuali massimi e minimi relativi

(iv) calcolare la derivata seconda di f e determinare eventuali punti di flesso

(v) disegnare il grafico di $f(x)$.