

11 ottobre 2017

Esercizio 1. Sia dato un insieme di n cerchi $C(n)$, $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 0$ tali che:

- il cerchio $C(0)$ ha area $S(0) = 8 \text{ cm}^2$;
 - l'area del generico cerchio $C(k)$ supera di 2 cm^2 l'area del cerchio $C(k-1)$.
- a) Determinare l'area $S(n)$ di $C(n)$. [$S(n) = 8 + 2n \text{ cm}^2$]
b) Determinare il raggio $R(n)$ di $C(n)$.
b) Disegnare $C(n)$ per $n = 0, 1, 2, 3$.

Esercizio 2. Sia $f(x) = 2x - 1$ e $g(x) = 3x + 4$; determinare gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R} : f(x) = g(x)\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} : f(x) \geq g(x)\}$, $C = \{x \in \mathbb{R} : f(x) \leq g(x)\}$.

Esercizio 3. Si dilata un solido; a tal fine:

- si inizia al tempo $t = 0$;
 - il volume iniziale è pari a V_0 ;
 - $V(t)$, volume ottenuto fino al tempo t , aumenta proporzionalmente al variare di t , con costante di proporzionalità k .
- a) Scrivere la legge $V(t)$ che lega V a t . [$V(t) = kt + V_0$]
b) Siano $V_0 = 5$, $k = 15$; se il volume massimo raggiungibile si sa essere 50 m^3 , determinare il tempo in cui questo viene raggiunto; fornire un rappresentazione nel piano cartesiano di quanto ottenuto. [$5 + 15t \leq 50$]

Esercizio 4. I lati di un un parallelepipedo misurano l , $2l$, $3l$:

- a) determinare, al variare di l , la superficie totale $S(l)$ del solido; [$S(l) = 22l^2$]
b) determinare l affinché tale superficie misuri almeno 66 cm^2 in più di una superficie pari a 44 l cm^2 . [$22l^2 \geq 44l + 66$]; $l \leq -1$ (no), $l \geq 3$

Esercizio 5. Sia A la regione di piano contenuta tra la curva $y = \frac{3}{x+1} - 1$ e la retta $y = -x + 2$. Tracciare un disegno dell'insieme A nel piano (x, y) , indicando esattamente le coordinate dei punti che lo delimitano.

Esercizio 6. Fornire il significato geometrico di ciascuna delle scritture

- a) $|x - 1| = 3$
b) $|2 - x| = 1$

Esercizio 7. In una regione si costruiscono appartamenti, ma l'Amministrazione del luogo inizia a disporre sui servizi di pubblica utilità quando ormai vi sono circa 4000 unità costruite. Se il numero di appartamenti raddoppia in circa 10 giorni, quanto tempo prima delle disposizioni dell'Amministrazione avrà avuto inizio la costruzione degli stessi?

Risposta: Partendo da un solo caso, abbiamo che $2^n = 4000 \Leftrightarrow \log(2^n) = \log 4000 \Leftrightarrow n \log 2 = \log 4000 \Leftrightarrow n = \frac{\log 4000}{\log 2} \simeq 11,96$. Quindi se si hanno 4000 casi sono passati quasi 12 tempi di raddoppio, ciascuno di circa 10 giorni. Quindi sono passati 120 giorni, cioè circa 4 mesi.

Esercizio 8. Data l'equazione $C : x^2 + y^2 - 8x + 10y + k = 0$

- a) determinare k in modo che C rappresenti una circonferenza di raggio 7;

b) individuare per quali k si ha $T : 5 \leq x^2 + y^2 - 8x + 10y + k \leq 9$; disegnare l'insieme dei punti del piano che verificano T .