

25 ottobre 2017

Esercizio 1. Dato il vettore $\vec{v} = (2, 6)$ e le matrici

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

determinare i trasformati $A\vec{v}$, $I\vec{v}$, $B\vec{v}$.

Esercizio 2. Se T trasforma il vettore $(3, 1)$ nel vettore $(-2, 1)$, quale matrice risulta associata a T ?

Esercizio 3. Trovare le trasformazioni che agiscono su un generico vettore \vec{v} nel seguente modo:

T dimezza la lunghezza e inverte la direzione:

G raddoppia la lunghezza del simmetrico rispetto all'asse x .

Esercizio 4. Considerata la trasformazione lineare "riflessione rispetto alla retta $y=2x$ ", determinare la matrice della trasformazione e tracciare l'immagine del quadrato unitario.

Esercizio 5. Dati i vettori $\vec{v}_1 = (1, 2)$, $\vec{v}_2 = (-4, 2)$,

a) determinare l'area del quadrilatero Q avente per vertici il punto O e gli estremi dei vettori \vec{v}_1 , \vec{v}_2 , $\vec{v}_1 + \vec{v}_2$;

b) determinare il quadrilatero in cui viene trasformato Q dalla matrice $T = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$ e se ne determini l'area.

Esercizio 6. Due strutture, s_1 e s_2 , ciascuna a tre raggi sono definite dai segmenti orientati $\vec{v}_1 = (1, 0)$, $\vec{v}_2 = (-1, 1)$, $\vec{v}_3 = (-1, -1)$ per s_1 ; $\vec{w}_1 = (2, 0)$, $\vec{w}_2 = (-0.5, 0.5)$, $\vec{w}_3 = (-3.5, -0.5)$ per s_2 ; esiste una trasformazione T che trasforma la struttura di s_1 nella struttura di s_2 ?

Esercizio 7. Equazione parametrica e cartesiana della retta per il punto $A=(1, 2)$ e parallela al vettore $\mathbf{v} = (-1, 3)$.

Esercizio 8. Determinare se le rette

$$r : \begin{cases} x = 1 - 5t \\ y = -t \end{cases} \quad s : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -10t \end{cases} \quad \text{sono perpendicolari.}$$

Esercizio 9. Dati i punti $P = (2, 3)$, $Q = (1, -2)$, determinare il punto $R = (h, k)$ tale che il triangolo PQR sia equilatero.

Esercizio 10. Nello spazio vettoriale euclideo siano dati i vettori $\mathbf{u} = 2\mathbf{i} + \mathbf{j}$, $\mathbf{v} = \mathbf{i} + 3\mathbf{j}$, determinare:

- il versore di \mathbf{u} e di \mathbf{v}
- l'angolo tra i due vettori
- la proiezione ortogonale \mathbf{w} di \mathbf{u} su \mathbf{v} .