

NOME: \_\_\_\_\_ COGNOME: \_\_\_\_\_ MATRICOLA: \_\_\_\_\_

LEGGIMI: *Leggere tutti i problemi proposti e poi sceglierne SOLO DUE (peraltro alcuni problemi sono relativi a programmi che non avete seguito). Informazioni parziali su più di due problemi rimangono un quadro generale di sole informazioni parziali: quindi non aumentano la valutazione! Utilizzare il retro dei fogli per i conti, non altri fogli; riportare le risposte negli spazi indicati.*

**PROBLEMA 1 (equazioni differenziali).**

Data l'equazione differenziale

$$\frac{dy}{dt} - 2y = t^2 + 3t,$$

stabilire se le seguenti funzioni ne sono soluzione:

(i)  $y(t) = -1/2t^2 - 2t - 1$

(ii)  $y(t) = t^2 + 3t$

(iii)  $y(t) = -1/2t^2 - 2t$

(iv)  $y(t) = e^{2t}$

Una colonia di batteri triplica se stessa ad ogni secondo. Scrivere un'equazione differenziale che descriva la quantità di batteri  $x(t)$  al tempo  $t$ . Trovarne una soluzione.

Se al tempo  $t=0$  la colonia contiene 1000 esemplari, quanti esemplari saranno presenti dopo 15 secondi?

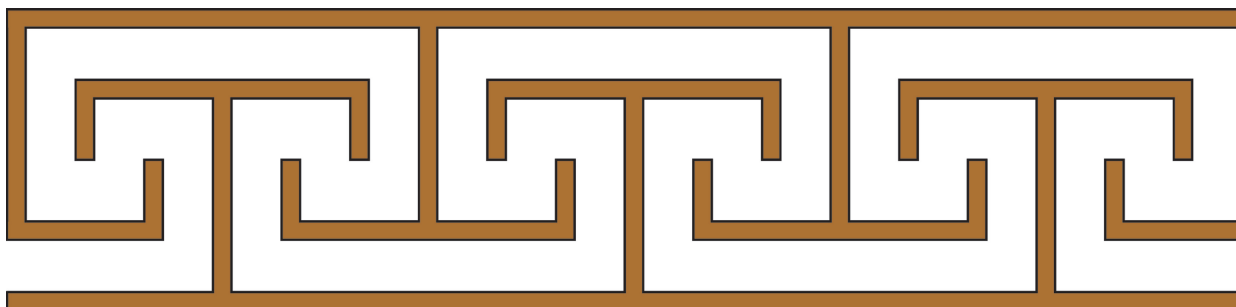
Calcolare quanto tempo occorre perché la colonia abbia  $10^6$  esemplari.

**PROBLEMA 2 (tassellazioni e simmetrie).**

i) Dare la definizione di Gruppo;

ii) Che cosa significa "Gruppo di simmetria di una figura"? (Dare una definizione)

iii) Studiare il gruppo di simmetria del seguente motivo:



- Evidenziare in figura il dominio fondamentale; segnalare tutti i centri di rotazione tra loro non equivalenti, e l'angolo di rotazione. Ricordare di annotare le condizioni ai bordi.

- Indicare TUTTI gli elementi del gruppo. Ci sono assi di glissoriflessione che non sono anche assi di riflessione?

**PROBLEMA 3 (poliedri).**

Dato un tetraedro di lato 1,

a) fare uno schizzo del tetraedro in un riferimento cartesiano tridimensionale e scrivere le coordinate dei suoi vertici. (suggerimento: l'asse  $z$  coincide con l'altezza del solido)

b) calcolare il raggio della sfera circoscritta ad esso.

c) proiettare il tetraedro sulla sfera circoscritta, fare uno schizzo

d) Se ogni spigolo del tetraedro viene proiettato in un grande cerchio della sfera circoscritta, con che angolo si intersecano tali cerchi?

**PROBLEMA 4 (geometria sferica) .**

Una sfera è ricoperta da 40 triangoli tra loro tutti congruenti tra loro, cioè sovrapponibili uno sull'altro attraverso movimenti rigidi. I triangoli hanno (almeno) un angolo retto.

Esibire almeno due diverse triangolazioni della sfera che abbiano questa caratteristica. (N.B. non è detto che siano triangolazioni di Coxeter). Cioè per ogni triangolazione:

i) Fare uno o due schizzi delle due situazioni, che ne mettano in luce la diversità.

ii) Calcolare la misura degli altri due angoli. (suggerimento: ovviamente conoscete l'area del singolo triangolo, se la sfera ha raggio  $R$ . Il resto dipende dal tipo di triangolazione che avete scelto)

iii) Una delle triangolazioni possibili rende anche facile calcolare tutti i lati del triangolo. Esibire questa triangolazione, e calcolare tutti i lati nel caso in cui la sfera ha raggio  $R= 20$  cm