

## Problemi sulla sfera

**1.** Sia  $\Sigma$  una sfera centrata nell'origine. Un piano parallelo al piano  $z = 0$ , distante cm 2 da tale piano, taglia  $\Sigma$  in una circonferenza  $C$  lunga  $8\pi$  cm.

- (i) fare uno schizzo della situazione;
- (ii) calcolare il raggio  $R$  della sfera;
- (iii) calcolare il raggio curvilineo della circonferenza  $C$ ;
- (iv) studiare i triangoli sferici equilateri inscritti sulla calotta ottenuta.

**2.** Una superficie sferica (di raggio 1,)  $\Sigma$ , presenta un buco circolare largo 1.

- (i) fare uno schizzo della situazione;
- (ii) calcolare la lunghezza della circonferenza del buco;
- (iii) un altro buco circolare, identico, é posto in posizione antipodale a questo;
- (iv) fare uno schizzo della situazione;
- (v) calcolare la distanza minima, sulla sfera, dei due buchi; (vi) una volta a vela é costruita, come di prassi, secando con 4 piani verticali la calotta emisferica superiore di  $\Sigma$ . I piani sono disposti simmetricamente. Ogni arco cosí ottenuto ha altezza  $\frac{1}{2}$  dalla base. Qual'é la lunghezza della circonferenza piú estesa che si può tracciare sulla volta a vela?

Suggerimento: fare uno schizzo e capire che avete già ottenuto tutte le informazioni salienti nei punti precedenti del problema.

- (vi) la base che rimane tra arco ed arco della cupola a vela é importante per questo pezzo di architettura. Quanto é lunga?

**3.** La superficie di una sfera può essere suddivisa in 8 triangoli equilateri identici di angoli  $\alpha = \beta = \gamma = \frac{\pi}{2}$ .

- (i) dimostrarlo;
- (ii) la sfera può essere ricoperta anche da 16 triangoli equilateri identici. Ognuno di questi triangoli che angoli ha? (A casa, pensare a come potrebbero essere disposti.)
- (iii) scrivere la formula che lega la superficie di un triangolo sferico alla somma dei suoi angoli interni;

(iv) trovare una formula che lega il numero dei triangoli equilateri uguali in cui si vuol dividere la sfera, all'angolo interno che caratterizza di volta in volta il tassello triangolare che ne risulta;

(v) scrivere le coordinate intrinseche di un punto che sulla sfera  $\Sigma$  di raggio 3 abbia distanza 1 dal polo Nord.

4. Sulla sfera di raggio  $R = 10$  giace una circonferenza di centro il polo ( $\varphi = \frac{\pi}{2}$ ) ed equazione ( $\varphi = \frac{\pi}{3}$ )

(i) Calcolare il raggio curvilineo della circonferenza;

(ii) Calcolare la lunghezza della circonferenza;

(iii) indicare schematicamente dove si trova questa circonferenza;

5. Sulla sfera di raggio  $R = 10$  è disegnato un triangolo sferico di angoli  $\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{5}$ . Calcolare l'area della superficie del triangolo sferico. (Suggerimento: la somma degli angoli interni di un triangolo sferico è pari a  $\pi + 2CS$ , dove  $S$  è la superficie del triangolo e  $C$  è una costante che si può calcolare)

6. Sulla sfera di raggio  $R = 5$  giace una circonferenza lunga  $6\pi$ . Pensando che il centro della circonferenza si trovi nel polo Nord, stabilire:

(i) quanto vale il raggio curvilineo;

(ii) dove si trova la circonferenza (fare una figura e dare dei riferimenti);

(iii) due punti si trovano su questa circonferenza, rispettivamente a longitudine  $\theta = 0, \theta = \pi/6$ . Calcolare la loro distanza sulla sfera.

(iv) Sulla sfera è disegnato un triangolo con vertici nel polo e sull'equatore, di area  $25\frac{\pi}{2}$ . Stabilire la misura di ciascun angolo interno.