

NOME: _____ COGNOME: _____ MATRICOLA: _____

Attenzione: Svolgere i seguenti esercizi, utilizzando il retro dei fogli per i conti.
Non usare altri fogli. Riportare le risposte negli spazi.

1

2

3

4

ESERCIZIO 1

(a) Scrivere l'equazione della sfera di centro $P_0 = (-1, 2, 3)$ e tangente al piano (y, z) .
(Suggerimento: fare uno schizzo della situazione.)

(b) Dati i vettori $\vec{u} = (1, 2, 1)$ e $\vec{v} = (-3, 2, 7)$, calcolare:

i) il modulo di \vec{v} ;

ii) l'angolo tra \vec{u} e \vec{v} ;

iii) la proiezione di \vec{v} su \vec{u} .

ESERCIZIO 2

Jason viene trovato ucciso, nella sua stanza di albergo, al quarto piano di un grattacielo di New York. Una di quelle strade strette, un albergo di qua, un palazzo di uffici di là. il suo corpo è sul letto. Il colpo deve essere arrivato dalla finestra sul muro opposto. L'ispettore Mick Sasha guarda la finestra, una tenda di tela bianca le fa velo. Dietro la tenda tirata, si vedono i vetri, chiusi. Uno dei poliziotti si avvicina alla finestra e fa per spostare la tenda e verificare il foro del proiettile. Mick Sasha lo ferma immediatamente. "Fermo. Non spostare quella tenda! se c'è un foro nel vetro c'è un foro anche nella tenda. e voglio tutto come sta"

i) Perché è importante visionare sia il foro nel vetro che quello nella tenda, e perché non bisogna muovere la tenda?

ii) tracciare uno schizzo della situazione

iii) contrassegnare con un simbolo tutto quello che serve, e scrivere un'equazione che leghi le variabili e spieghi come trovare.

ESERCIZIO 3

(a) Un parallelepipedo ha per spigoli i vettori $\vec{u} = (3, 0, 2)$, $\vec{v} = (5, 1, -1)$ e $\vec{w} = (1, -7, 4)$.

i) Determinare l'angolo compreso tra una diagonale del parallelepipedo e lo spigolo costituito dal vettore \vec{u} .

ii) Sia β il piano passante per l'origine, parallelo agli spigoli \vec{u} e \vec{v} ; calcolare la distanza tra il punto $P = (-5, 3, 1)$ ed il piano β .

(b) Siano date le rette

$$r : \begin{cases} x = 3t \\ y = 1 - t \\ z = 2 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R} \quad \text{ed} \quad s : \begin{cases} x = 2 - 2h \\ y = 3 + h \\ z = 5 + h \end{cases} \quad h \in \mathbb{R}$$

Stabilire se le rette r ed s siano tra loro parallele, incidenti o sghembe.

ESERCIZIO 4

Sia dato un cubo di lato 5.5.

i) Determinare il raggio della sfera circoscritta al cubo.

ii) Determinare il raggio della sfera inscritta nel cubo (cioè $\frac{1}{2}$ la sfera più grande in esso contenuta: se vi aiuta, fate uno schizzo).

iii) Se un vertice del cubo è nell'origine, determinare le coordinate del centro.