

**Istituzioni di Matematiche 2 - Appello del 20 Febbraio 2019**

Prof. Laura Tedeschini Lalli, Sara Ann Munday, Vincenzo Basco, Giuditta Bravaccino.

Spazio  
riservato  
alla  
commissione

NOME: \_\_\_\_\_ COGNOME: \_\_\_\_\_ MATRICOLA: \_\_\_\_\_

**Attenzione:** Svolgere i seguenti esercizi, utilizzando il retro dei fogli per i conti.  
Non usare altri fogli. Riportare le risposte negli spazi.

1

2

3

4

5

**ESERCIZIO 1****(a)** Siano date le due rette

$$r : \begin{cases} x = 2k \\ y = 1 + k \\ z = -1 + 4k \end{cases} \quad k \in \mathbb{R} \quad \text{ed} \quad s : \begin{cases} x = h \\ y = 1 + ch \\ z = 2 + 2h \end{cases} \quad h \in \mathbb{R}$$

dove  $c$  è un parametro reale. Determinare per quale valore di  $c$  le rette  $r$  ed  $s$  sono parallele.**(b)** Calcolare la distanza tra il punto  $(1, 7, 6)$  e il piano  $x - y + z + 11 = 0$ .**(c)** Quali tra i seguenti vettori sono ortogonali? Quali formano tra loro un angolo di  $\frac{2}{3}\pi$ ? (Considerare tutte le possibili coppie di vettori.)

$$\mathbf{u} = \mathbf{i} + \mathbf{j} + 2\mathbf{k} \quad \mathbf{v} = -10\mathbf{i} - 7\mathbf{j} + \mathbf{k} \quad \mathbf{w} = 5\mathbf{i} - 7\mathbf{j} + \mathbf{k} \quad \mathbf{z} = 3\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - \mathbf{k}$$

**ESERCIZIO 2**

Sia data la funzione  $f(x, y) = 2x^2 + y^2 - \log(xy)$ .

*i)* Determinare il dominio di  $f$  (*Suggerimento:* ricorda che il logaritmo è definito solo per valori positivi dell'argomento).

*ii)* Calcolare  $\nabla f(x, y)$ .

*iii)* Determinare i punti critici di  $f$ .

*iv)* Stabilire la natura dei punti critici tramite lo studio della matrice Hessiana.

*v)* Calcolare la derivata direzionale di  $f$  nel punto  $(1, 1)$  lungo la direzione  $(1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2})$ .

*vi)* Tracciare uno schizzo del comportamento della superficie nell'intorno di uno dei punti critici, indicando quale si è scelto.

### ESERCIZIO 3

(a) *i*) Calcolare il rapporto tra il raggio della sfera circoscritta e il raggio della sfera inscritta al cubo di lato uguale a 5.

*ii*) Generalizzare la domanda precedente al cubo di lato (generico)  $\ell$ .

(b) *i*) Dimostrare che il duale del tetraedo è ancora un tetraedo.

*ii*) Determinare quale è il duale del cubo.

#### ESERCIZIO 4

(a) Una superficie quadrica ha sezioni

- con il piano  $x = -1$  la curva di equazione  $y^2/4 + z^2/7 = 1$ ;
- con il piano  $x = 3$  la curva di equazione  $y^2/4 + z^2/7 = 1$ ;
- con il piano coordinato  $(x, y)$  le rette  $y = 2$  e  $y = -2$ .

*i)* Tracciare uno schizzo delle sezioni.

*ii)* Tracciare uno schizzo della superficie.

*iii)* Stabilire di quale superficie si tratta e scriverne l'equazione.

(b) Sia data la superficie di equazione  $z = 3xy - 7$ .

*i)* Dire di quale superficie si tratta.

*ii)* Tracciare le sezioni con i piani coordinati.

*iii)* Tracciare uno schizzo in  $\mathbb{R}^3$ .

### ESERCIZIO 5

Sia  $A$  la regione limitata di piano racchiusa tra le curve  $y = x^2$ ,  $x = 1$  e  $y = 0$ .

*i)* Tracciare uno schizzo dell'insieme  $A$  nel piano  $(x, y)$ .

*ii)* Descrivere  $A$  come dominio verticalmente semplice.

*iii)* Impostare l'integrale  $\iint_A x e^{x^2+y} dx dy$  come integrale iterato, usando la descrizione del punto *ii*).

*iv)* Calcolare l'integrale impostato nel punto precedente. [Si suggerisce, ad un certo punto, la sostituzione  $t = x^2$ .]