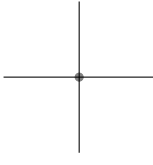
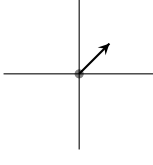
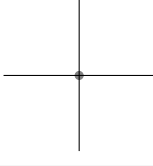
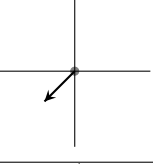
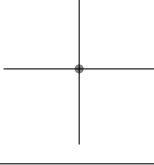


NOME: \_\_\_\_\_ COGNOME: \_\_\_\_\_ MATRICOLA: \_\_\_\_\_

**Attenzione:** Svolgere i seguenti esercizi, utilizzando il retro dei fogli per i conti.  
Non usare altri fogli. Riportare le risposte negli spazi.

1
2
3
4
5

i) Riempire coerentemente la seguente tabella

$(a, b)$	$\ (a, b)\ $	$\alpha$	
$(1, 1)$	$\sqrt{2}$	$\frac{\pi}{4}$	
$(0, -2)$			
	2		
	1	$-\frac{2\pi}{3}$	

ii) Scrivere l'equazione di una sfera tangente al piano  $(x, z)$  di centro  $(-1, -3, 1)$ .

iii) Dati  $\vec{u} = (3, -2, )$  e  $\vec{v} = (-6, 4, 0)$ , calcolare  $\vec{v} \wedge \vec{u}$  e  $\vec{v} \cdot \vec{u}$

## ESERCIZIO 2

Data la funzione  $f(x, y) = -3x^2 + 6xy + 2y^3$

*i)* determinare il dominio di esistenza della funzione  $f(x, y)$ ;

*iv)* Calcolare il gradiente di  $f$ .

*v)* Determinare i punti critici della funzione  $f(x, y)$

*vi)* Stabilire la natura dei punti critici attraverso la matrice Hessiana.

*vii)* scrivere l'equazione del piano tangente alla superficie  $z = f(x, y)$  nei punti critici e nel punto  $(1, 1)$ .

*viii)* Calcolare la derivata direzionale della funzione  $f(x, y)$  nel punto  $(1, 1)$  in direzione  $\vec{u} = (-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$

### ESERCIZIO 3

Date le rette di equazioni parametriche

$$r : \begin{cases} x(t) = t \\ y(t) = 1 + t \\ z(t) = -1 - t \end{cases} \quad q : \begin{cases} x(s) = 1 + 2s \\ y(s) = 1 + s \\ z(s) = 2 + s \end{cases} ,$$

*i)* Stabilire se sono parallele incidenti o sghembe

*ii)* Determinare la distanza del punto  $O(1, 2, -2)$  dalle due rette  $r$  ed  $q$ .

*iii)* Trovare le equazioni cartesiane del piano passante per il punto  $P(0, 1, -1)$  e perpendicolare alla retta  $r$ .

#### ESERCIZIO 4

Sia  $A$  la regione di piano finita compresa tra la curva  $x + y^2 + 1 = 0$  e la retta  $y + x + 3 = 0$

*i)* tracciare uno schizzo dell'insieme  $A$  nel piano  $(x, y)$ ;

*ii)* descrivere  $A$  come dominio semplice;

*iii)* impostare l'integrale  $\iint_A(xy) \, dx dy$  come integrale iterato usando la descrizione del punto *ii)*;

*iv)* calcolare l'integrale.

**ESERCIZIO 5 (a)** Una superficie quadrica ha sezioni:

- con il piano  $z = 0$ , la curva di equazione  $-\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ .
- con il piano  $y = 0$ , la curva di equazione  $-\frac{x^2}{4} + 3z = 1$ ,

*i)* disegnare le sezioni indicate;

*ii)* tracciare uno schizzo della superficie in  $\mathbf{R}^3$ ;

*iii)* scrivere una possibile equazione di questa superficie e stabilire di che superficie si tratta.

**(b)** Data la superficie di equazione  $-9x^2 + 4y^2 + 3z^2 = 0$

*i)* disegnare le sezioni con i piani  $x = 0$  e  $x = 1$ ;

*ii)* disegnare le sezioni con i piani  $z = 0$  e  $y = 1$ ;

*iii)* tracciare uno schizzo e stabilire di che tipo di superficie si tratta.