UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE
Dipartimento di Architettura - Istituzioni di Matematiche I - aa 2017-18
Commissione C. Falcolini, P. Magrone, G. Bravaccino, G. Gullà
SECONDA prova in corso d'anno, 20 gennaio 2018

Nome......................................Cognome..Matricola . . . .

Le risposte vanno accompagnate da spiegazioni esaurienti. Vanno consegnati SOLO questi fogli

Eser.	I	II	III	IV	V	
Voto						

I. Curve parametriche e coniche

(a) Data la curva conica di equazione $4x^2 + y^2 + 6y = 3$ riconoscere che si tratta di una ellisse.

(a_1) con il completamento del quadrato scriverne l'equazione nella forma

$$\frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{b^2} = 1$$

(a_2) Scrivere esplicitamente quanto misurano gli assi maggiore e minore, e le coordinate del centro

(b) Data la curva di equazioni parametriche $\mathbf{r(t)} = (3 + 4\sin t,\ 2 - 4\cos t), t \in [0, 2\pi]$

(b_1) Calcolare le coordinate del vettore tangente e quelle del versore tangente T

(b_2) impostare il calcolo della lunghezza dell'arco di curva tra 0 e $\pi/2$, e calcolare l'integrale. Di che curva si tratta?

II. Integrali indefiniti

Calcolare il seguenti integrale indefinito

$$\int x^3 \sqrt{5 - x^4}\; dx$$

Calcolare una primitiva della seguente funzione

$$f(x) = (6 - 5x)e^{-x}$$

III. Area di una regione di piano

Calcolare l'area della regione finita di piano compresa tra il grafico delle funzioni $f(x) = 4\sin(x)$ e $g(x) = 8\sin(x)\cos(x)$ nell'intervallo $[0, \pi]$.

(i) Fare un grafico qualitativo delle due funzioni;

(ii) calcolare le intersezioni tra le due funzioni nell'intervallo $[0, \pi]$;

(iii) impostare il calcolo dell'area per mezzo degli integrali definiti;

(iv) calcolarlo

IV. Formula di Taylor

a) Scrivere la definizione dell' n-esimo polinomio di Taylor (nel punto x_0) per una generica funzione $f(x)$.

b) Calcolare le derivate $f'(x), f''(x)$ e trovare i polinomi $P_0(x)$, $P_1(x)$, $P_2(x)$, che meglio approssimano la funzione $f(x) = (1-x)e^{(x+1)}$ nell'intorno di $x_0 = 0$.

$P_0(x) =$

$P_1(x) =$

$P_2(x) =$

Tracciare un grafico dei polinomi $P_0(x), P_1(x), P_2(x)$ trovati, in un unico riferimento cartesiano.

V. Studio di funzione

Data la funzione $f(x) = \frac{1}{x}e^{3x^2}$ determinare esplicitamente:

(i) Il dominio di definizione di $f(x)$;

(ii) Il comportamento ai bordi del dominio di definizione ed eventuali asintoti orizzontali, verticali ed obliqui;

(iii) L'insieme dove $f(x)$ è crescente ed eventuali massimi e minimi relativi

(iv) Disegnare il grafico di $f(x)$

(iv) BONUS: studio della derivata seconda di $f(x)$, studio degli eventuali flessi e cambi di concavità.