

Nome.....Cognome.....Matricola

Le risposte vanno accompagnate da spiegazioni esaurienti. Vanno consegnati SOLO questi fogli

Eser.	I	II	III	IV	V	
Voto						

I. Funzioni continue

i) Determinare per quali valori del parametro intero k la seguente funzione è continua:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4x+4}{|x-2|} + \frac{\sin(x-2)}{x-2} - 1 & \text{se } x < 2 \\ k(k^2 - 9) & \text{se } x \geq 2. \end{cases}$$

II. Trasformazioni lineari del piano

Il quadrilatero Q di vertici $A(1, 1)$, $B(0, 3)$, $C(-2, 1)$ e $D(-1, -1)$ è trasformato dalla matrice

$$M = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

nel quadrilatero Q' .

i) Calcolare le coordinate dei vertici di Q' e fare un disegno di Q e di Q' .

ii) Dire se il quadrilatero Q' è un rettangolo.

iii) Calcolare il determinante della matrice M

iv) Che relazione c'è tra le aree di Q e Q' ?

III. Mettere in relazione variabili

(i) Un triangolo rettangolo ha ipotenusa lunga 5. Esprimere l'area del triangolo in funzione di uno dei due angoli acuti. (fate un disegno... aiuta!)

(ii) Un punto $P(x, y)$ appartiene al grafico della funzione $y = \sin x$ con $x \in [0, \pi]$. Scrivere le coordinate di P e calcolare la distanza tra P e l'origine, in funzione di x .

IV. Insiemi di esistenza, segno, asintoti di funzioni reali di variabile reale

Per la funzione

$$f(x) = \frac{x(x+3)(x-2)}{x^2-1}$$

i) determinare l'insieme di definizione;

ii) studiare il segno;

iii) trovare gli asintoti verticali;

iv) trovare gli eventuali asintoti orizzontali o obliqui;

v) tracciare un grafico qualitativo della funzione.

V. Algebra lineare nel piano cartesiano

Esercizio 1. Siano dati in \mathbb{R}^2 i punti $A = (2, 0)$, $B = (0, -1)$ e $C = (4, 4)$ e il vettore $\mathbf{w} = (-\mathbf{6}, -\mathbf{3})$.

(i) Scrivere le equazioni parametriche della retta r per A e B .

(ii) Scrivere le equazioni parametriche della retta s , passante per C e parallela a \mathbf{w} .

(iii) Sia \mathbf{v} il vettore direttore della retta r , trovata al punto (i). Trovare l'angolo tra i vettori \mathbf{v} e \mathbf{w} .

(iv) Dedurre la posizione reciproca delle rette r ed s .