UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE

Dipartimento di Architettura - Istituzioni di Matematiche I - aa 2020-21

Proff. C. Falcolini, P. Magrone

Esercitazione del 29-10-2020

1) Dati i vettori $\vec{v}(3,4)$ e $\vec{w}(1,3)$ determinare e disegnare nel piano cartesiano:

$\vec{s} = \vec{v} + \vec{w}$
$\vec{d} = \vec{v} - \vec{w}$
$\vec{p} = \vec{w} - \vec{v}$
$\hat{v}$ versore unitario di direzione e verso $\vec{v}$

2) Dati i tre vettori $\vec{v}(3,2)$, $\vec{w}(2,5)$ e $\vec{u}(-3,-3)$ determinare e disegnare nel piano:

$\vec{s} = \vec{v} + \vec{w} + \vec{u}$
$\vec{d} = \vec{v} + \vec{w} - \vec{u}$
$\vec{p} = \text{a}\vec{v} - \vec{w} + \text{b}\vec{u}$ con a$=\frac{1}{2}$ e b$=\frac{1}{3}$

3) Dati i punti $A := (2,2)$ e $B := (4,6)$

Disegnare sul piano il vettore $\vec{AB}$.
Scrivere e disegnare $\vec{AB}$ nella forma $\vec{v} = a\hat{\imath} + b\hat{\jmath}$ dove $\vec{v}$ ha stesso verso, direzione e modulo di $\vec{v}$ (i.e. $\vec{AB}$ e $\vec{v}$ sono equipollenti).

4) Dati i vettori $\vec{v} = \sqrt{3}\hat{\imath} + \hat{\jmath}$ e $\vec{w} = \frac{1}{2}\hat{\imath} + \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{\jmath}$

Determinare in forma parametrica e cartesiana le rette r e s passanti per $O = (0,0)$ con direzioni rispettivamente $\vec{v}$ e $\vec{w}$.
Determinarne la posizione reciproca (i.e. detrminare l'angolo sotteso tra r e s)

5) Dati i punti $A := (-1,1)$, $B := (1,2)$ e $C := (3,-2)$

Scrivere in forma parametrica e cartesiana le rette r e s passanti rispettivamente per A, B e per B, C.
Determinarne la posizione reciproca.

6) Dati i punti $A := (-1,1)$, $B := (1,2)$,$C := (3,-2)$ e il vettore $\vec{v} = \frac{1+2\sqrt{3}}{5}\hat{\imath} - \frac{2-\sqrt{3}}{5}\hat{\jmath}$

Scrivere in forma parametrica e cartesiana la retta r passante per A e B.
Scrivere in forma parametrica e cartesiana la retta s passante per C e ortogonale a r.
Scrivere in forma parametrica la retta p passante per C e parallela a $\vec{v}$.
Determinare la posizione reciproca tra s e p.

7) Dato il vettore $\vec{v} = 3\hat{\imath} - 2\hat{\jmath}$

Scrivere l'equazione cartesiana di t_v traslazione nel piano operata attraverso il vettore $\vec{v}$
Determinare i punti corrispondenti secondo t_v di $O = (0,0), A = (2,1), B = (\frac{1}{2}, \frac{-3}{2})$ e disegnarli

8)Dati i punti $A = (1,0), B = (2,1), C = (3,4), D = (2,3)$ e la matrice $M := \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

Disegnare il quadrilatero $ABCD$ nel piano
Dire, dimostrandolo, che tipo di figura geometrica é il quadrilatero $ABCD$
Calcolare i vertici trasformati A', B', C', D'
Calcolare il Determinante di M.
Calcolare l'area di $A'B'C'D'$

9) Dati i punti $A = (-1, -1), B = (2, 1), C = (0, 2)$

Disegnare il triangolo $\overset{\triangle}{ABC}$ nel piano

Scrivere la matrice di rotazione R di centro $O = (0, 0)$ e angolo $\varphi = \frac{\pi}{3}$.

Determinare i punti A', B', C' trasformati da R.

Calcolare l'area del triangolo $\overset{\triangle}{A'B'C'}$.

10) Data la retta s con equazione cartesiana $y = \sqrt{3}x + \sqrt{3}$

Detrminare la retta r passante per il centro $O = (0, 0)$ ed inclinazione $\frac{\pi}{6}$

Determinare M matrice di simmetria assiale rispetto a r

Dimostrare che M é una trasformazione lineare

Determinare s' mediante la riflessione

11) Sia $\lambda = \sqrt{3}$ e siano $A = (-1, 1), B = (-1, 0), C = (\frac{3}{2}, 0)$ punti del piano $\mathbb{R}^2$

Determinare la matrice M che rappresenta l'omotetia nel piano di coefficiente $\lambda = \sqrt{3}$ e centro $O = (0, 0)$

Dimostrare che M é effettivamente una trasformazione lineare

Determinare i vertici trasformati del triangolo dato $\overset{\triangle}{ABC}$

Calcolare l'area del triangolo ottenuto $\overset{\triangle}{A'B'C'}$