Dipartimento di Architettura

Istituzioni di Matematiche 1 - Seconda prova in corso d'anno - 3 Dicembre 2022

Proff. Fabio Briscese, Paola Magrone, Laura Tedeschini Lalli.

spazio riservato alla commissione	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	

NOME:_____ COGNOME:_____ MATRICOLA: _____

Attenzione: Svolgere i seguenti esercizi, utilizzando il retro dei fogli per i conti. Non usare altri fogli. Riportare le risposte negli spazi.

QUESITO 1

- Un triangolo rettangolo è isoscele e la sua ipotenusa misura 4. Calcolare la misura dei cateti

- Dare la definizione di numero irrazionale (senza scomodare basi speciali: è una nozione indipendente e storicamente precedente alla notazione decimale!!!)

- $x^n x^{-k} =$

  $\dfrac{\sqrt{x}}{x^2} =$

- Tracciare il grafico del luogo dei punti di coordinate (x, y) per cui $y = -x^2 + 3$.

- Tracciare il grafico del luogo dei punti di coordinate (x, y) per cui $x^2 + y^2 = 25$, dire di cosa si tratta.

- Tracciare il grafico del luogo dei punti di coordinate (x, y) per cui $y = 7$.

- La negazione dell'affermazione "la prossima settimana pioverà tutti i giorni" è:

  "la prossima settimana non pioverà mai" oppure:

  "un giorno della prossima settimana non pioverà" ?

QUESITO 2 Data la funzione

$$f(x) = \frac{x^2}{x-1},$$

stabilire:

i) dominio di definizione

ii) comportamento ai bordi del dominio

iii) eventuali punti critici

iv) natura dei punti critici

v) con queste informazioni tracciare un grafico di $y = f(x)$.

QUESITO 3 Trovare i punti stazionari della seguente funzione, che siano contenuti nell'intervallo $[0,\pi]$

$$f(x) = 2\cos(3x - 1)$$

QUESITO 4 Sviluppare in serie di McLaurin la funzione

$$f(x) = \cos(\pi x + x^2)$$

(ricordiamo che lo sviluppo di McLaurin è uno sviluppo di Taylor al secondo ordine attorno all'origine dell'asse-x)

QUESITO 5 Trovare per quali valori di k la seguente funzione è continua
(ricordiamo che conoscete i limiti della funzione in 0 da entrambi i lati !)

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 2 & x \leq 0 \\ k \ \frac{\sin x}{x} & x > 0 \end{cases}$$

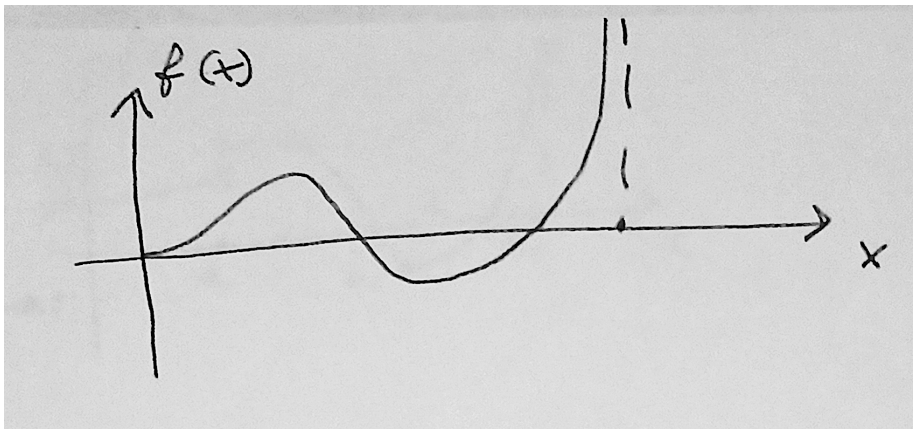
QUESITO 6 Ad una festa vengono gonfiati dei palloncini di forma sferica. La pompa utilizzata immette nel palloncino 1 cm^3/s d'aria. Un palloncino viene gonfiato troppo, e dopo aver raggiunto un raggio di 10 cm, esplode. A che velocità si stava espandendo il raggio del palloncino al momento dell'esplosione?
(il palloncino si pensa perfettamente sferico)

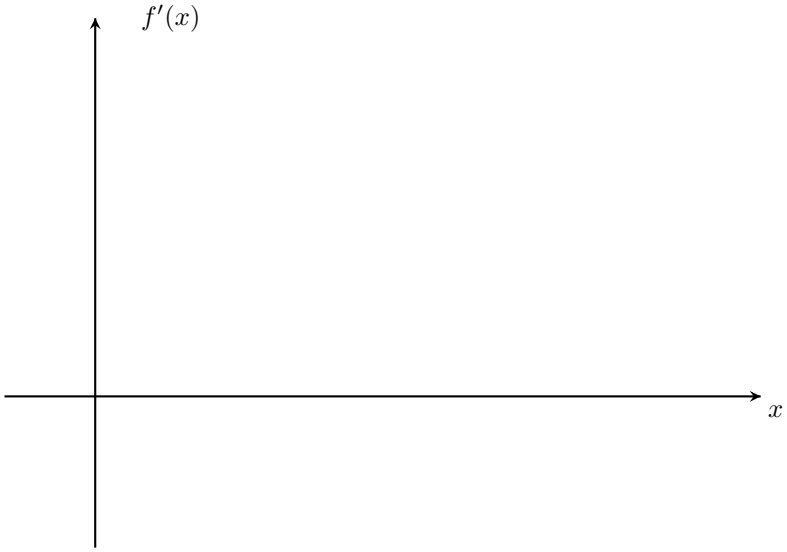
i) stabilire una relazione tra la quantità di aria contenuta nel palloncino ed il raggio del palloncino (se non ve lo ricordate, ...male, ma almeno approssimate qualcosa di ragionevole)

ii) trovare il cambiamento del volume nel tempo in relazione al cambiamento del raggio nel tempo

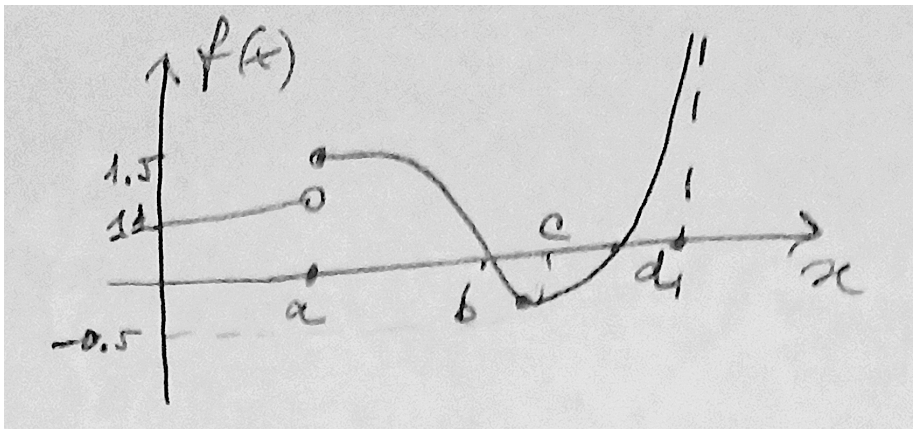
iii) risolvere il problema

QUESITO 7 Data la funzione $y = f(x)$ con il seguente grafico, disegnare il grafico della sua derivata nell'apposito riferimento subito sotto:





QUESITO 8 Dal grafico di $y = f(x)$ qui sotto rappresentato, stabilire il valore dei seguenti limiti:



$\lim_{x \to a^+} f(x) =$ $\lim_{x \to b^+} f(x) =$

$\lim_{x \to a^-} f(x) =$ $\lim_{x \to b^-} f(x) =$

$\lim_{x \to c^+} f(x) =$ $\lim_{x \to d^-} f(x) =$

$\lim_{x \to c^-} f(x) =$