

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE
Dipartimento di Architettura - Istituzioni di Matematiche II - aa 2022-23
Proff. C. Falcolini, L. Tedeschini Lalli
Appello scritto del 14 febbraio 2023

spazio
riservato
alla
commissione

1

Nome.....Cognome.....Matricola.....

2

Riportare con chiarezza le risposte negli spazi. Non potete usare altri fogli

3

Quesito 1

(i) Data la retta

$$r(\vec{t}) = (1, 0, 2)t + (0, 1, 0)$$

e dato il punto $Q = (-1, 0, -1)$, calcolare la distanza di Q da r .

4

5

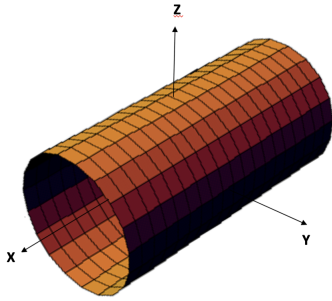
6

7

(ii) dati i tre vettori $\vec{v} = (1, 0, 0)$, $\vec{w} = (1, 1, 1)$, $\vec{u} = (2, 0, 1)$, calcolare il volume del parallelepipedo generato da questi tre vettori

Quesito 2

Scrivere una possibile equazione per questa superficie



Quesito 3

Una superficie quadrica ha le seguenti intersezioni: con il piano $z = 0$ la curva di equazione $2x^2 + y^2 = 1$, con il piano $x = 0$ la curva $y^2 - 3z^2 = 1$, con il piano $y = 0$ la curva $2x^2 - 3z^2 = 1$

(i) Fare uno schizzo della superficie nello spazio \mathbf{R}^3 ;

(ii) dire di che tipo di superficie si tratta e scrivere l'equazione della quadrica.

Quesito 4 Uno scalatore si allena scalando una collina artificiale la cui superficie è modellizzata dall'equazione

$$z = -x^2 - y^2 + 4x + 6y - 1$$

La base della collina si trova sul piano $z = 0$. Fissare un sistema di riferimento e tracciare uno schizzo della collina, eventualmente aiutandosi con sezioni con piani orizzontali e verticali.

- Stabilire quanto è alta la collina (pensando l'altezza in metri)

- A una certa altezza la collina è tagliata da una lastra rigida dove gli scalatori possono momentaneamente fermarsi per riposare. Determinare a che altezza si trova la lastra sapendo che questa stacca sulla collina una circonferenza lunga 6π metri.

Quesito 5

E' data la funzione $f(x, y) = \frac{x^2}{2}y - x^2 - xy + 2x$

i) Determinare il dominio di f

ii) Calcolare il gradiente di f

iii) Individuare i punti critici di f

iv) Classificare la natura dei punti critici individuati al punto precedente, attraverso la matrice hessiana

v) Calcolare la derivata direzionale $D_{\vec{v}}f(x_0, y_0)$ nel punto $(x_0, y_0) = (1, 2)$ e nella direzione $\vec{v} = (1/2, \frac{\sqrt{3}}{2})$

Quesito 6

Data la superficie di equazione $z = 2e^{x^2+y^2}$, disegnare le curve di livello per $z = 1, 2, 3$. Disegnare le sezioni con i piani coordinati, tracciare un grafico qualitativo tridimensionale della superficie