

**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE**  
**Dipartimento di Architettura - Istituzioni di Matematiche II - aa 2022-23**  
Proff. C. Falcolini, L. Tedeschini Lalli  
**Appello scritto del 24 gennaio 2023**

spazio  
riservato  
alla  
commissione

1

2

3

4

5

6

7

Nome.....Cognome.....Matricola.....

**Riportare con chiarezza le risposte negli spazi. Non potete usare altri fogli**

**Quesito 1**

(i) Date le rette di equazioni parametriche

$$r : \begin{cases} x(t) = 2 + 3t \\ y(t) = 1 - t \\ z(t) = 1 + t \end{cases} \quad s : \begin{cases} x(t) = -t \\ y(t) = 5 + 4t \\ z(t) = 3 + 2t \end{cases} ,$$

Stabilire se sono parallele incidenti o sghembe

(ii) Calcolare la distanza tra la retta  $r$  sopra descritta e il punto  $P(1, 0, 0)$

**Esercizio 2**

Scrivere l'equazione cartesiana di una sfera di centro il punto  $P(-1, 1, 0)$  tangente al piano  $(z, y)$ .

### Esercizio 3

(a) Data la superficie quadrica di equazione  $x^2 + y^2 - \frac{z^2}{9} = 1$

(i) disegnare le curve di livello per  $z = 0, 1, -1$

(ii) disegnare le sezioni della superficie con i piani  $x = 0$  e  $y = 0$

(iii) dire di che tipo di quadrica si tratta e tracciarne uno schizzo nello spazio  $\mathbf{R}^3$

(b) Una superficie quadrica ha le seguenti intersezioni: con il piano  $y = 0$  la curva di equazione  $\frac{z^2}{5} + x^2 = 1$ , con il piano  $z = 0$  la curva  $x^2 + \frac{y^2}{3} = 1$ ,

(i) Fare uno schizzo della superficie nello spazio  $\mathbf{R}^3$ ;

(ii) dire di che tipo di superficie si tratta e scrivere l'equazione della quadrica.

**Esercizio 5** Una barca parte dal molo in direzione perpendicolare ad esso con una velocità costante di  $8\sqrt{3}$  km/h; la corrente spinge parallelamente al molo con una velocità costante di 8 km/h. Fare un disegno della situazione e determinare la velocità della barca rispetto al molo e l'angolo formato dalla traiettoria della barca sempre rispetto al molo.

### Esercizio 6

E' data la funzione  $f(x, y) = 2xye^{y-x}$

*i)* Determinare il dominio di  $f$

*i)* Calcolare il gradiente di  $f$

*ii)* Individuare i punti critici di  $f$

*iii)* Classificare la natura dei punti critici individuati al punto precedente, attraverso la matrice hessiana

## Esercizio 7

Associare un'equazione tra le sei disponibili, a ciascuna delle superfici di cui vedete il grafico.

$$(A) z = 3y^2 + x^2; \quad (B) \frac{y^2}{9} + \frac{x^2}{4} = 1 \quad (C) z = \cos(x^2 + y^2)$$

$$(D) \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} + \frac{z^2}{5} = 1; \quad (E) x^2 - y^2 = z^2 \quad (F) z^2 = x^2 - y^2 + 1$$

